PROPIEDADES DE LA TRANSFORMADA BILATERAL DE LAPLACE

$f(t)$ y $g(t)$ señales, con $\sim$ y constantes

$F_{II}(s)=\mathfrak{L}\{f(t)\}$ y $G_{II}(s)=\mathfrak{L}\{g(t)\}$ TBL de $f(t)$ y $g(t)$ respectivamente

$R(F)$ y $R(G)$ región de absoluta convergencia de $f(t)$ y $g(t)$ respectivamente

$$F_{II}(s)=\mathfrak{L}\{f(t)\} \qquad \pm_1 < R(F) < \pm_2$$

PROPIEDAD	SEÑAL	TRANSFORMADA	RAC
Linealidad	$\sim f(t)+\ \ g(t)$	$\sim F(s)+\ \ G(s)$	El menor de $R(F)\cap R(G)$
Transposición	$f(-t)$	$F(-s)$	$-\pm_2 < R(F) < -\pm_1$
Desplazamiento en el tiempo	$f(t\pm t_0)$	$e^{\pm t_0 s}F(s)$	$\pm_1 < R(F) < \pm_2$
Desplazamiento en s	$e^{\pm s_0 t}f(t)$	$F(s\mp s_0)$	Versión desplazada de $R(F)$
Escalamiento en el tiempo	$f(at)$	$\frac{1}{\lvert a\rvert}F\left(\frac{s}{a}\right)$	$a\pm_1 < R(F) < a\pm_2$
Conjugación	$\overline{f}(t)$	$\overline{F}(\overline{s})$	$R(F)$
Convolucion	$f(t)*g(t)$	$F(s)G(s)$	Al menor de $R(F)\cap R(G)$
Diferenciación en el tiempo	$f'(t)$	$(s)F(s)$	$\pm_1 < R(F) < \pm_2$
	$f''(t)$	$s^2F(s)$	
	$f^{(n)}(t)$	$s^nF(s)$	
Diferenciación en s	$-tf(t)$	$F'(s)$	$\pm_1 < R(F) < \pm_2$
Integración	$\int_{-\infty}^{t} f(²)\,d²$	$\frac{1}{s}F(s)$	$R(F)\cap[\mathrm{Re}(s)>0]$
Teorema de valor inicial	$f(t)=0 \quad t<0$ $\nexists ¢(t) \quad t=0$	$f(0^+)=\lim\limits_{s\to\infty} sF(s)$	
Teorema del valor final		$\lim\limits_{t\to\infty} f(t)=\lim\limits_{s\to 0} sF(s)$	

PROPIEDADES DE LA TRANSFORMADA UNILATERAL DE LAPLACE

$f(t)$ y $g(t)$ señales, con $\sim$ y constantes

$F(s)=\mathfrak{L}\{f(t)\}$ y $G(s)=\mathfrak{L}\{g(t)\}$ TUL de $f(t)$ y $g(t)$ respectivamente

PROPIEDAD	SEÑAL	TRANSFORMADA
Linealidad	$\sim f(t)+\ \ g(t)$	$\sim F(s)+\ \ G(s)$
Transposición	$f(-t)$	$F(-s)$
Desplazamiento en el tiempo	$f(t-t_0)$	$e^{-t_0 s}F(s) \quad t_0 \geq 0$
Desplazamiento en s	$e^{\pm s_0 t}f(t)$	$F(s\mp s_0) \quad s_0 \in \mathrm{IC}$
Escalamiento en el tiempo	$f(at) \quad a>0$	$\frac{1}{a}F\left(\frac{s}{a}\right)$
Conjugación	$\overline{f}(t)$	$\overline{F}(s)$
Convolucion	$\int_0^t f(u)g(t-u)du$	$F(s)G(s)$
Diferenciación en el tiempo	$f'(t)=\frac{d\,f(t)}{dt}$	$(s)F(s)-x(0)$
	$f''(t)$	$s^2F(s)-s\,f(0)-f'(0)$
	$f^{(n)}(t)$	$s^nF(s)-s^{n-1}f(0)-\cdots-s^{n-2}f'(0)-\cdots$ $\cdots-f^{(n-1)}(0)$
Función periódica	$f(t)=f(t-T)$	$\frac{1}{1-e^{-sT}}\int_0^T e^{-sT}f(t)dt$
Diferenciación en s	$-tf(t)$	$\frac{d}{ds}F(s)$
	$t^n f(t)$	$(-1)^n F^{(n)}(s)$
Integración en t	$\int_{-\infty}^{t} f(^2)d^2$	$\frac{1}{s}F(s)+\frac{1}{s}f^{-1}(0^+) \qquad x^{-1}(0^+)=\int_{-\infty}^{\infty} f(^2)d^2$
Integración en s	$\frac{f(t)}{t}$	$\int_s^{\infty}F(u)du$
Teorema de valor inicial	$f(t)=0 \quad t<0$ $\nexists¢(t) \quad t=0$	$f(0^+)=\lim_{s\to\infty}sF(s)$
Teorema del valor final	$f(t)=0 \quad t<0$ $\nexists¢(t) \quad t=0$	$\lim_{t\to\infty}f(t)=\lim_{s\to 0}sF(s)$

TABLA DE TRANSFORMADAS DE LAPLACE

SEÑAL	TRANSFORMADA	SEÑAL	TRANSFORMADA
e^{-zt}	$\frac{1}{s+z} \quad \mathrm{Re}(s) < -\mathrm{Re}(z)$	t	$\frac{1}{s^2}$
$t^n \quad n \in \mathrm{IN}$	$\frac{\Gamma(n+1)}{s^{n+1}} = \frac{n!}{s^{n+1}} \quad \mathrm{Re}(s) > 0$	$\frac{1}{\sqrt{® \cdot t}}$	$\frac{1}{\sqrt{s}}$
$t^n e^{-´z \cdot t}$	$\frac{n!}{(s+z)^{n+1}} \quad \mathrm{Re}(s) > -\mathrm{Re}(z)$	$\frac{t}{2z} sen(zt)$	$\frac{s}{(s^2+z^2)^2}$
$sen(zt)$	$\frac{z}{s^2+z^2} \quad \mathrm{Re}(s) > \lvert \mathrm{Im}(z) \rvert$	$u(t) = 1$	$\frac{1}{s} \quad \mathrm{Re}(s) > 0$
$\cos(zt)$	$\frac{s}{s^2+z^2} \quad \mathrm{Re}(s) > \lvert \mathrm{Im}(z) \rvert$	$u(t-a)$	$\frac{1}{s} e^{-a \cdot s}$
$sh(zt)$	$\frac{z}{s^2-z^2} \quad \mathrm{Re}(s) > \lvert \mathrm{Im}(z) \rvert$	$u(t) - u(t-a)$	$\frac{1-e^{-as}}{s}$
$ch(zt)$	$\frac{s}{s^2-z^2} \quad \mathrm{Re}(s) > \lvert \mathrm{Im}(z) \rvert$	$u(t-a) f(t-a)$	$e^{-a \cdot s} F(s)$
$e^{-wt} sen(zt)$	$\frac{z}{(s+w)^2+z^2} \quad \mathrm{Re}(s+w) > \lvert \mathrm{Im}(z) \rvert$	$r(t)$	$\frac{1}{s^2}$
$e^{-wt} \cos(zt)$	$\frac{s+w}{(s+w)^2+z^2} \quad \mathrm{Re}(s+w) > \lvert \mathrm{Im}(z) \rvert$	$r(t-a)$	$\frac{e^{-sa}}{s^2}$
$f(t) sen(wt)$	$\frac{1}{2j}\left[F(s-jw) - F(s+jw)\right]$	¢ (t)	1
$f(t) \cos(wt)$	$\frac{1}{2}\left[F(s-jw) + F(s+jw)\right]$	¢ $(t-a)$	$e^{-a \cdot s}$

SEÑAL	TRANSF.	RAC	SEÑAL	TRANSF.	RAC
¢ (t)	1	$\forall s$	¢ $(t-a)$	$e^{-a \cdot s}$	$\forall s$
$e^{-at} u(t)$	$\frac{1}{s+a}$	$\mathrm{Re}(s) > -a$	$-e^{-at} u(-t)$	$\frac{1}{s+a}$	$\mathrm{Re}(s) < -a$
$u(t)$	s^{-1}	$\mathrm{Re}(s) > 0$	$-u(-t)$	s^{-1}	$\mathrm{Re}(s) < 0$
$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!} u(t)$	$\frac{1}{s^n}$	$\mathrm{Re}(s) > 0$	$-\frac{t^{n-1}}{(n-1)!} u(-t)$	$\frac{1}{s^n}$	$\mathrm{Re}(s) < 0$
$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!} e^{-at} u(t)$	$\frac{1}{(s+a)^n}$	$\mathrm{Re}(s) > -a$	$-\frac{t^{n-1}}{(n-1)!} e^{-at} u(-t)$	$\frac{1}{(s+a)^n}$	$\mathrm{Re}(s) < -a$
$\cos(w_0 t) u(t)$	$\frac{s}{s^2+w_0^2}$	$\mathrm{Re}(s) > 0$	$sen(w_0 t) u(t)$	$\frac{w_0}{s^2+w_0^2}$	$\mathrm{Re}(s) > 0$
$\left[e^{-at} \cos(w_0 t)\right] u(t)$	$\frac{s+a}{(s+a)^2+w_0^2}$	$\mathrm{Re}(s) > -a$	$\left[e^{-at} sen(w_0 t)\right] u(t)$	$\frac{w_0}{(s+a)^2+w_0^2}$	$\mathrm{Re}(s) > -a$
$u_n(t) = \frac{d^n}{dt^n}$ ¢ (t)	s^n	$\forall s$	$u_{-n}(t) = \underbrace{u(t) * \cdots * u(t)}_{n \text{ veces}}$	$\frac{1}{s^n}$	$\mathrm{Re}(s) > 0$